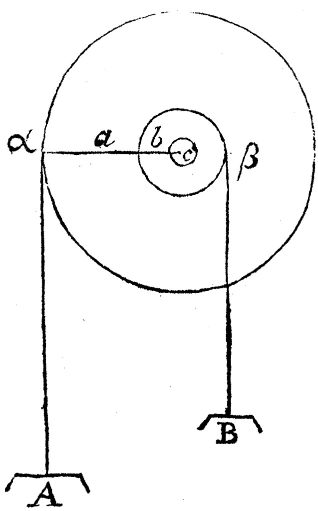
I. *De Pressionibus Ponderum in Machinis motis.*

Read at the Royal Society, June 27, 1754.

ANimus erat aliquando in legem resistentiæ, quam patiuntur corpora in superficiê aquæ mota, inquirendi. Suasit hoc cura, quam dudum mihi imposuit officii ratio, scientiarum navalium, quarum pleræque vel ipsi resistentiæ theoriæ innituntur, vel ita sunt cum eadem connexæ, ut resistentiam ipsam supponant cognitam. Ratiociniis et calculo interdum insuperabili fidere nolui, experimenta licet plurima pro omni casu non sufficere vidi; experimenta cum ratiociniis ea propter conjungere statui, modumque quæsivi per experimenta in leges resistentiæ inquirendi.



Representavi mihi corpus specifice levius aquæ stagnanti ad certam immersum profunditatem, idemque filo duas ambiente trocleas potentiæ ita junctum, ut, hâc suo præpondio verticaliter descendente, motu illud horizontali donaretur, quæsivi ex tempore spatio et ponderibus datis, resistentiam pro quovis corpore determinare.

Non licuit heic, ut moris est, abstrahere à frictionibus,

tionibus, à rigiditate fili, ab inertia materiæ: introducenda erant hæc omnia in expressione vis acceleratricis, si ducta illa in elementum temporis monstraret verum celeritatis incrementum.

At nemo erat, quantum constitit, qui ita dilucidavit theoriam frictionis ex incrementô pressionis in machinis motis oriundæ, ut nexus cum primis mechanicæ principiis dilucide pateret; quod me invitavit ad indagandam solutionem, quam non ut omni numero perfectam, sed potius ab eruditis et meliora edoctis corrigendam et ulterius perficiendam, Illustrissimæ Societati proponam.

Repræsentat adjecta figura axem in peritrochio. Sit potentia movens A. distantia ipsius à centro motus a. Sit quoque pondus B, ejusque à centro distantia b. Sit radius axis, in quem frictio cadit $= c$. Pondus machinæ $= M$ distantia centri virium a centro gravitatis $= d$. Quæritur jam pressio in axem, cum potentia descendens A machinam agitet.

Si jam pressio oriunda ex descendente potentia A, seu illa qua filum tenditur ad latus α, appelletur π, erit ob actionis et reactionis æqualitatem pressio seu tensio ad alterum latus $\beta = \frac{\pi a}{b}$, unde integra pressio, excluso pondere machinæ funisque, $= \pi + \frac{\pi a}{b} = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi$. Sit jam constans ratio pressionis ad frictionem ut $1 : \mu$; erit frictio $= \left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi \mu$; et momentum hujus frictionis $= \left(1 + \frac{a}{b}\right) c \pi \mu$: momentum vero frictionis ex pondere machinæ $= M c \mu$; quod priori momento adjectum dat $\left(\left(1 + \frac{a}{b}\right) \pi + M\right) c \mu$; unde momentum potentiæ

 moventis

moventis $= A\,a - B\,b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right)\pi + M\right) c\,\mu$. Cum vero momentum inertiæ ſit $A\,a^2 + B\,b^2 + M\,d^2$, erit vis acceleratrix $= \dfrac{A\,a - B\,b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right)\pi + M\right) c\,\mu}{A\,a^2 + B\,b^2 + M\,d^2}$ et pro acceleratione puncti α, ſeu potentiæ moventis A, habetur per principia mechanicæ:

$$\left(\frac{A\,a^2 - B\,a\,b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right)\pi + M\right) a\,c\,\mu}{A\,a^2 + B\,b^2 + M\,d^2}\right) d\,t =$$

$d\,c$; ubi $d\,t$ ſignificat elementum temporis; $d\,c$ vero incrementum velocitatis. Si autem A liberé cecidiſſet, fuiſſet $\frac{A}{A}\,d\,t = d\,t'$. Cum autem incrementa vel decrementa velocitatum eadem temporis particula in eodem corpore genita ſint ut vires generantes, licebit inferre ut $d\,t' : d\,t' - d\,c = A :$ ad vim generantem decrementum celeritatis $d\,t' - d\,c$, quæ eadem vis eſt, quæ lapſum corporis retardat, filum tendit, et ad latus α premit; unde ſubſtitutis valoribus habetur analogia ſequens

$$1 : 1 - \frac{A\,a^2 - B\,a\,b - \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right)\pi + M\right) a\,c\,\mu}{A\,a^2 + B\,b^2 + M\,d^2} = A : \pi$$

ideoque $\pi =$

$$\frac{A B\,b^2 + A M\,d^2 + A B\,a\,b + \left(\left(1 + \frac{a}{b}\right)\pi + M\right) A\,a\,c\,\mu}{A\,a^2 + B\,b^2 + M\,d^2}$$

ex qua æquatione invenitur $\pi =$

$$\frac{A\,B\,b^2 + A\,M\,d^2 + A\,B\,a\,b + A\,M\,a\,c\,\mu}{A\,a^2 + B\,b^2 + M\,d^2 - \left(1 + \frac{a}{b}\right) A\,a\,c\,\mu}$$

 et

et .. $\frac{\pi a}{b} = \frac{A B a b + A M d^2 \frac{a}{b} + A B a^2 + A M \frac{a^2 c \mu}{b}}{A a^2 + B b^2 + M d^2 - \left(1 + \frac{a}{b}\right) A a c \mu}$

et preffio integra $= \pi + \frac{\pi a}{b} =$

$$\frac{A B (a + b)^2 + A M \ (d^2 + a c \mu) \ \left(1 + \frac{a}{b}\right)}{A a^2 + B b^2 + M d^2 - \left(1 + \frac{a}{b}\right) A a c \mu}$$

Si jam frictionem et pondus machinæ excludere placuerit, habetur preffio integra $= \frac{A B (a + b)^2}{A a^2 + B b^2}$: et fi, ut in troclea evenit, fupponatur $a = b$, erit preffio integra $= \frac{A B (a + a)^2}{(A + B) a^2} = \frac{4 A B}{A + B}$

Chriftianus Hée,

Profeffor Mathef. et Phyf. Experim. in Statu Navali Hafnienfi, Societatum Scient. Hafnienfis et Berolinenfis Membrum.

II. *An Inveftigation of a General Rule for the Refolution of Ifoperimetrical Problems of all Orders. By Mr.* Thomas Simpfon, *F. R. S.*

Read Jan. 9, 1755.

THE different fpecies of problems comprehended under the name of Ifoperimetrical ones, are of much greater extent than the name imports; fince, not only the determination of the greateft areas and folids, under equal